

数 と 式

【 正の数, 負の数の四則演算 】

$$\square(1)-I \quad 4-18 \div (-3)^2$$

$$\begin{aligned} & 4-18 \div (-3)^2 \\ & = 4-18 \div 9 \\ & = 4-2 \\ & = 2 \end{aligned}$$

2

$$\square(1)-II \quad 5 \times (-4)^2 - 3^2$$

$$\begin{aligned} & 5 \times (-4)^2 - 3^2 \\ & = 5 \times 16 - 9 \\ & = 80 - 9 \\ & = 71 \end{aligned}$$

71

$$\square(1)-III \quad 2 \times (-3)^2 - 2^2$$

$$\begin{aligned} & 2 \times (-3)^2 - 2^2 \\ & = 2 \times 9 - 4 \\ & = 18 - 4 \\ & = 14 \end{aligned}$$

14

$$\square(1)-IV \quad (-3)^2 \times (-2) - 6 \times (-2^2)$$

$$\begin{aligned} & (-3)^2 \times (-2) - 6 \times (-2^2) \\ & = 9 \times (-2) - 6 \times (-4) \\ & = -18 + 24 \\ & = 6 \end{aligned}$$

6

$$\square(1)-V \quad (-4)^2 + 8 \div (-2)$$

$$\begin{aligned} & (-4)^2 + 8 \div (-2) \\ & = 16 + 8 \div (-2) \\ & = 16 - 4 \\ & = 12 \end{aligned}$$

12

$$\square(1)-VI \quad -4^2 \div (-2) + 6 \times \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} & -4^2 \div (-2) + 6 \times \frac{1}{3} \\ & = -16 \div (-2) + 6 \times \frac{1}{3} \\ & = 8 + 2 \\ & = 10 \end{aligned}$$

10

【 分配法則, 文字式の乗除 】

$$\square(2)-I \quad (6x^2y + 4xy^2) \div 2xy$$

$$\begin{aligned} & (6x^2y + 4xy^2) \div 2xy \\ & = (6x^2y + 4xy^2) \times \frac{1}{2xy} \\ & = 3x + 2y \end{aligned}$$

3x + 2y

$$\square(2)-II \quad (7x^2 - xy) \div (-x)$$

$$\begin{aligned} & (7x^2 - xy) \div (-x) \\ & = (7x^2 - xy) \times \left(-\frac{1}{x}\right) \\ & = -7x + y \end{aligned}$$

-7x + y

$$\square(2)-III \quad (12ab - 8a) \div 4a$$

$$\begin{aligned} & (12ab - 8a) \div 4a \\ & = (12ab - 8a) \times \frac{1}{4a} \\ & = 3b - 2 \end{aligned}$$

3b - 2

$$\square(2)-IV \quad (-27ab + 18b^2) \div (-9b)$$

$$\begin{aligned} & (-27ab + 18b^2) \div (-9b) \\ & = (-27ab + 18b^2) \times \left(-\frac{1}{9b}\right) \\ & = 3a - 2b \end{aligned}$$

3a - 2b

$$\square(2)-V \quad (8x^2-16x) \div 4x$$

$$\begin{aligned} & (8x^2-16x) \div 4x \\ &= (8x^2-16x) \times \frac{1}{4x} \\ &= 2x-4 \end{aligned}$$

$$2x-4$$

$$\square(2)-VI \quad (y^2-2y) \div \frac{1}{4}y$$

$$\begin{aligned} & (y^2-2y) \div \frac{1}{4}y \\ &= (y^2-2y) \times \frac{4}{y} \\ &= 4y-8 \end{aligned}$$

$$4y-8$$

【文字式(分数)の計算】

$$\square(3)-I \quad \frac{x+y}{2} - \frac{x-6y}{7}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x+y}{2} - \frac{x-6y}{7} \\ &= \frac{7(x+y) - 2(x-6y)}{14} \\ &= \frac{7x+7y-2x+12y}{14} \\ &= \frac{5x+19y}{14} \end{aligned}$$

$$\frac{5x+19y}{14}$$

$$\square(3)-II \quad 2a+b - \frac{2a-b}{3}$$

$$\begin{aligned} & 2a+b - \frac{2a-b}{3} \\ &= \frac{3(2a+b) - (2a-b)}{3} \\ &= \frac{6a+3b-2a+b}{3} \\ &= \frac{4a+4b}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{4a+4b}{3}$$

$$\square(3)-III \quad \frac{5x-3y}{3} - \frac{3x-7y}{4}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5x-3y}{3} - \frac{3x-7y}{4} \\ &= \frac{4(5x-3y) - 3(3x-7y)}{12} \\ &= \frac{20x-12y-9x+21y}{12} \\ &= \frac{11x+9y}{12} \end{aligned}$$

$$\frac{11x+9y}{12}$$

$$\square(3)-IV \quad \frac{2a-b}{3} - \frac{5a-3b}{4}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2a-b}{3} - \frac{5a-3b}{4} \\ &= \frac{4(2a-b) - 3(5a-3b)}{12} \\ &= \frac{8a-4b-15a+9b}{12} \\ &= \frac{-7a+5b}{12} \end{aligned}$$

$$\frac{-7a+5b}{12}$$

$$\square(3)-V \quad \frac{2x-y}{3} - \frac{x-3y}{5}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2x-y}{3} - \frac{x-3y}{5} \\ &= \frac{5(2x-y) - 3(x-3y)}{15} \\ &= \frac{10x-5y-3x+9y}{15} \\ &= \frac{7x+4y}{15} \end{aligned}$$

$$\frac{7x+4y}{15}$$

$$\square(3)-VI \quad \frac{2x-3y}{6} - \frac{x-2y}{4}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2x-3y}{6} - \frac{x-2y}{4} \\ &= \frac{2(2x-3y) - 3(x-2y)}{12} \\ &= \frac{4x-6y-3x+6y}{12} \\ &= \frac{x}{12} \end{aligned}$$

$$\frac{x}{12}$$

【根号を含む計算】

$$\square(4)-I \quad (\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 - \frac{24}{\sqrt{6}}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 - \frac{24}{\sqrt{6}} \\ &= 8 + 2\sqrt{24} + 3 - \frac{24\sqrt{6}}{6} \\ &= 11 + 4\sqrt{6} - 4\sqrt{6} \\ &= 11 \end{aligned}$$

11

$$\square(4)-II \quad \sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - \frac{27}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - \frac{27}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{12} + 6 - \frac{27\sqrt{3}}{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6 - 9\sqrt{3} \\ &= 6 - 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

6 - 7\sqrt{3}

$$\square(4)-III \quad 2(\sqrt{3} + 1)^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(9 - \sqrt{27})$$

$$\begin{aligned} & 2(\sqrt{3} + 1)^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}(9 - \sqrt{27}) \\ &= 2(3 + 2\sqrt{3} + 1) - \frac{\sqrt{3}}{3}(9 - 3\sqrt{3}) \\ &= 8 + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3 \\ &= 11 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

11 + \sqrt{3}

$$\square(4)-IV \quad (\sqrt{3} + 2)^2 - (\sqrt{3} - 1)^2$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3} + 2)^2 - (\sqrt{3} - 1)^2 \\ &= (3 + 4\sqrt{3} + 4) - (3 - 2\sqrt{3} + 1) \\ &= 7 + 4\sqrt{3} - 4 + 2\sqrt{3} \\ &= 3 + 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

3 + 6\sqrt{3}

$$\square(4)-V \quad (3 - \sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} & (3 - \sqrt{3})^2 + (1 + 2\sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) \\ &= (9 - 6\sqrt{3} + 3) + (2 + \sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 6) \\ &= 12 - 6\sqrt{3} + 8 + 5\sqrt{3} \\ &= 20 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

20 - \sqrt{3}

$$\square(4)-VI \quad (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 3) + \frac{21}{\sqrt{63}}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 3) + \frac{21}{\sqrt{63}} \\ &= (7 + \sqrt{7} - 6) + \frac{21}{3\sqrt{7}} \\ &= 1 + \sqrt{7} + \frac{7\sqrt{7}}{7} \\ &= 1 + \sqrt{7} + \sqrt{7} \\ &= 1 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

1 + 2\sqrt{7}

【2次方程式】

$$\square(5)-I \quad (x+5)^2 - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} & (x+5)^2 - 8 = 0 \\ & (x+5)^2 = 8 \\ & x+5 = \pm 2\sqrt{2} \\ & x = -5 \pm 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

x = -5 \pm 2\sqrt{2}

$$\square(5)-II \quad x^2 - x - 11 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-11)}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

x = \frac{1 \pm 3\sqrt{5}}{2}

$$\square(5)\text{-III} \quad x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\underline{x = -1 \pm \sqrt{2}}$$

$$\square(5)\text{-IV} \quad (x-3)(x+4) = 2x$$

$$x^2 + x - 12 = 2x \text{ より}$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$x = -3, 4$$

$$\underline{x = -3, 4}$$

$$\square(5)\text{-V} \quad (x-3)^2 - 2 = 4$$

$$(x-3)^2 - 2 = 4$$

$$(x-3)^2 = 6$$

$$x-3 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$\underline{x = 3 \pm \sqrt{6}}$$

$$\square(5)\text{-VI} \quad (2x-5)(x+1) - (x-1)^2 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 - (x^2 - 2x + 1) = 0 \text{ より}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

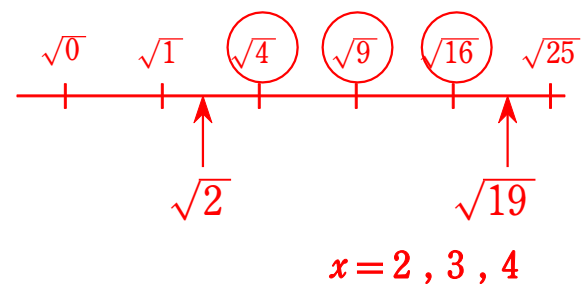
$$\underline{x = -2, 3}$$

【根号を含む数の大小】

$\square(6)\text{-I} \quad \sqrt{2} < x < \sqrt{19}$ を満たす整数 x を、小さい順にすべて書きなさい。

$$1 < \sqrt{2} < 2, \quad 4 < \sqrt{19} < 5 \text{ より}$$

$$\text{右図から, } x = 2, 3, 4$$



$\square(6)\text{-II} \quad \sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ に当てはまる自然数 a を、すべて求めなさい。

$$\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2} \text{ より} \quad \text{つまり } 5 < a < 8$$

$$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{8} \quad a \text{ は自然数より } a = 6, 7$$

$$\underline{a = 6, 7}$$

$\square(6)\text{-III} \quad a$ は自然数で、 $8 < \sqrt{a} < 9$ である。このとき、 a に当てはまる数の個数を求めなさい。

$$8 < \sqrt{a} < 9 \text{ より} \quad a \text{ は自然数より } a = 65, 66, \dots, 80$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{a} < \sqrt{81} \quad \text{よって } 16 \text{ 個}$$

$$\text{つまり } 64 < a < 81$$

$$\underline{16 \text{ 個}}$$

□(6)-IV $\sqrt{40}$, 6, 7の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$$6 = \sqrt{36}, 7 = \sqrt{49} \text{ より}$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$$

$$\text{つまり } 6 < \sqrt{40} < 7$$

$$6 < \sqrt{40} < 7$$

□(6)-V $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\frac{2}{5}$, $\sqrt{0.5}$ の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$$\sqrt{\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{10}{25}}, \frac{2}{5} = \sqrt{\frac{4}{25}}, \sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ より}$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} < \sqrt{\frac{10}{25}} < \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ つまり } \frac{2}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \sqrt{0.5}$$

$$\frac{2}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \sqrt{0.5}$$

□(6)-VI $6\sqrt{7}$, $7\sqrt{6}$, $9\sqrt{3}$ の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$$6\sqrt{7} = \sqrt{252}, 7\sqrt{6} = \sqrt{294}, 9\sqrt{3} = \sqrt{243} \text{ より}$$

$$\sqrt{243} < \sqrt{252} < \sqrt{294}$$

$$\text{つまり } 9\sqrt{3} < 6\sqrt{7} < 7\sqrt{6}$$

$$9\sqrt{3} < 6\sqrt{7} < 7\sqrt{6}$$

以下余白

確 率

【さいころと確率】 次の確率を求めなさい。

□I. 大小2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の積が12の約数になる確率

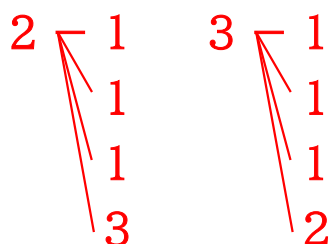
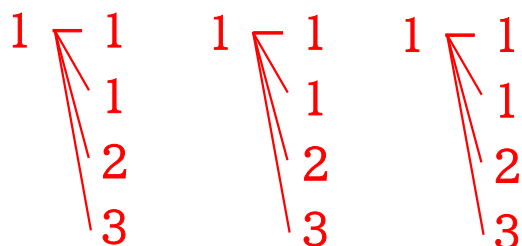
大 小	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

求める確率は $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

$\frac{4}{9}$

【カードと確率】 次の確率を求めなさい。

□I. 数字を書いた5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ がある。この5枚のカードをよくきって、その中から2枚のカードを1枚ずつ続けて取り出し、取り出した順に左から右にカードを並べて2けたの整数をつくる。このとき、十の位の数が一の位の数より大きくなる確率を求めなさい。

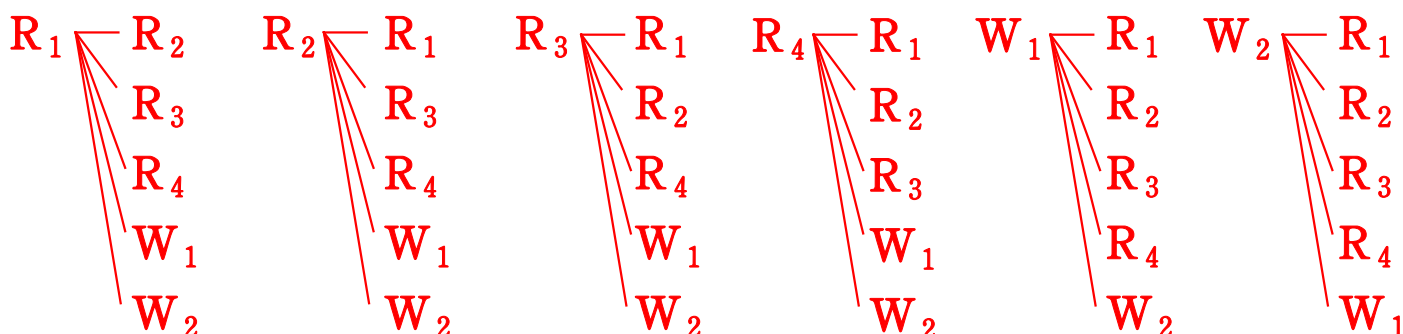


求める確率は $\frac{7}{20}$

$\frac{7}{20}$

【球と確率】 次の確率を求めなさい。

□I. 袋の中に、赤球4個と白球2個が入っている。この袋の中から同時に2個の球をとりだすとき、1個が赤球、1個が白球である確率

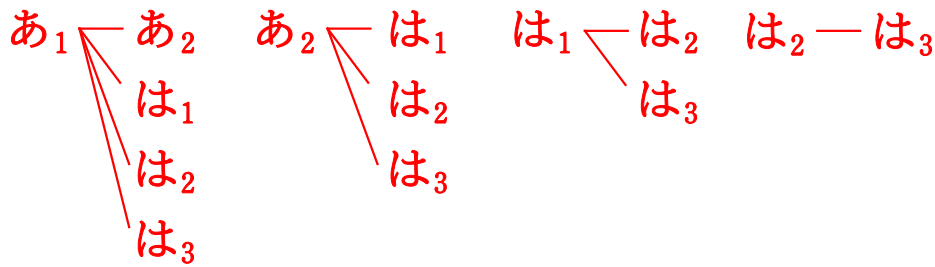


求める確率は $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

$\frac{8}{15}$

【くじと確率】 次の確率を求めなさい。

□I. あたりくじ2本, からくじ3本でできているくじがある。このくじを同時に2本ひくとき, 少なくとも1本があたりくじである確率

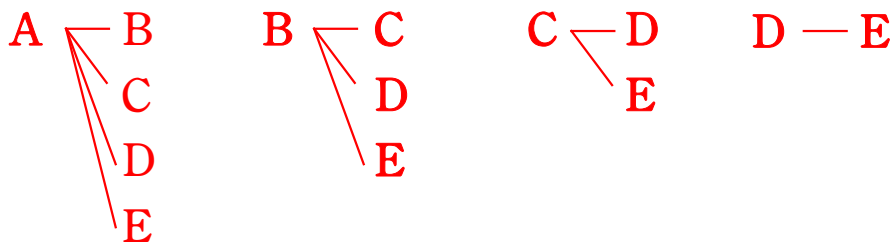


求める確率は $\frac{7}{10}$

$\frac{7}{10}$

【委員を選ぶ確率】 次の確率を求めなさい。

□I. 5人の生徒 A, B, C, D, Eがいる。そのうち, A, Bの2人は男子で, C, D, Eの3人は女子である。この生徒の中から2人を選ぶとき, 男子が1人, 女子が1人選ばれる確率



求める確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

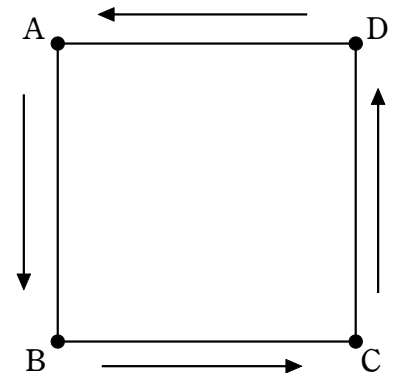
$\frac{3}{5}$

【動点と確率】

I. 図のように, 1辺が2 cm の正方形 ABCDがある。1つのさいころを2回投げる。1回目に出た目の数を a とし, 頂点 A から正方形の辺上を矢印の方向に a cm 進んだ点を P とする。また, 2回目に出た目を b とし, 点 P から正方形の辺上を矢印の方向に b cm 進んだ点を Q とする。次の問いに答えなさい。

□(1) 点 Q が A の位置にくるのは, 全部で何通りであるか求めなさい。

$a + b = 8$ のとき, 点 Q は A の位置にくる



$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

求める確率は $\frac{5}{36}$

$\frac{5}{36}$

□(2) 点 Q が正方形 ABCD の頂点にくる確率を求めなさい。

$a + b$ が偶数のとき、点 Q は正方形 ABCD の頂点の位置にくる

$b \backslash a$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

求める確率は $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

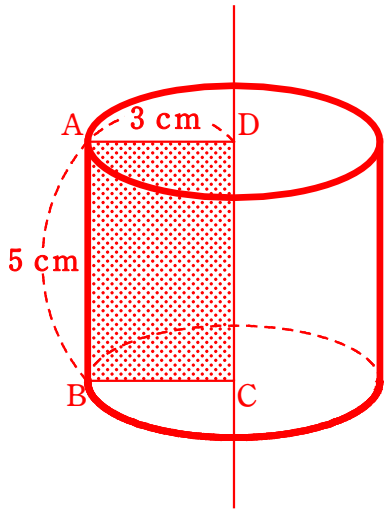
$\frac{1}{2}$

以下余白

回 転 体

【回転体 基本】

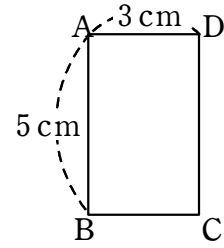
- I. 右の図のような、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ の長方形 ABCD を、辺 CD を回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



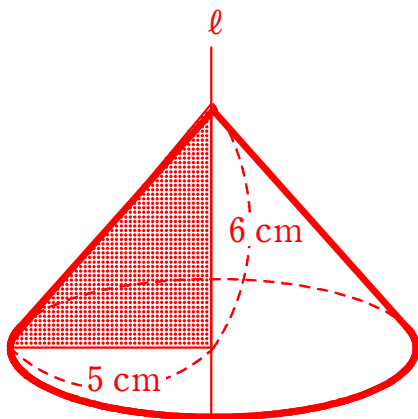
底面の半径が 3 cm、
高さが 5 cm の円柱が
できるから

$$\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{45\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$



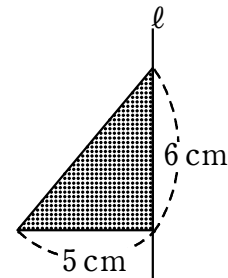
- II. 右の図は、底辺 5 cm、高さ 6 cm の直角三角形である。
この直角三角形を、直線 ℓ を軸として1回転させてでき
る立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



底面の半径が 5 cm、
高さが 6 cm の円すい
ができるから

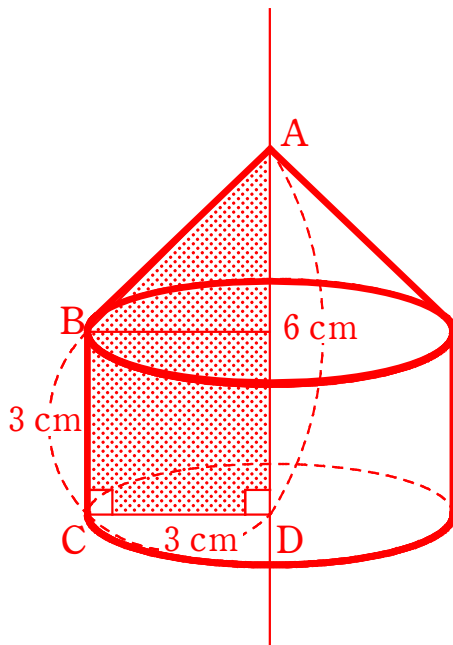
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{50\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$



【回転体 分割型】

- I. 右の図の台形 ABCD を、辺 AD を軸として1回転させて
できる立体の体積を求めなさい。



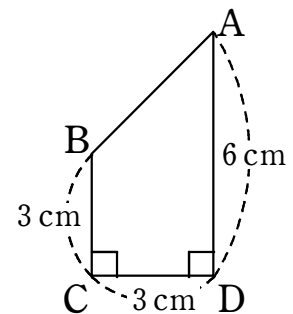
点 B から辺 AD に垂線をひき、
辺 AD との交点を B' とすると
 $AB' = 6 - 3 = 3 \text{ (cm)}$

できる立体は、
底面の半径が 3 cm、高さが 3 cm の円柱と、
底面の半径が 3 cm、高さが 3 cm の円すい
を組み合わせたものである。

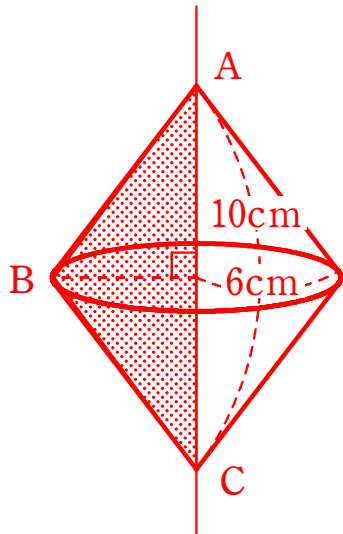
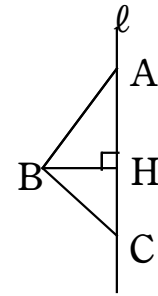
よって、求める立体の体積は

$$\pi \times 3^2 \times 3 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{36\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$



- II. 右の図において、 $AC=10\text{ cm}$ 、 $BH=6\text{ cm}$ 、 $\angle AHB=90^\circ$ です。
 $\triangle ABC$ を直線 l を軸として1回転してできる立体の体積を求めなさい。

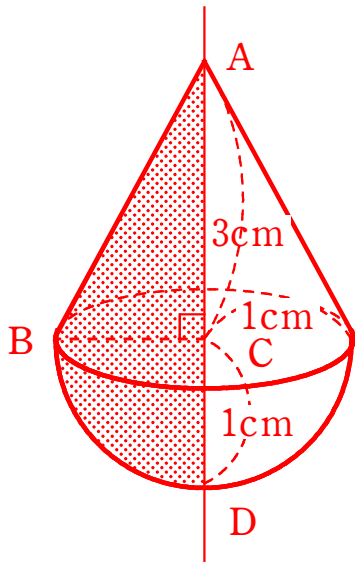
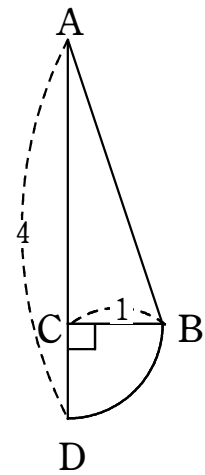


底面の半径が 5 cm 、
 高さの合計が 10 cm の円すい
 ができるから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 6 = 120\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$120\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

- III. 右の図のように、直角三角形 ABC とおうぎ形を組み合わせた
 図形がある。直線 AD を軸として、この図形を1回転させて
 できる立体の体積を求めよ。



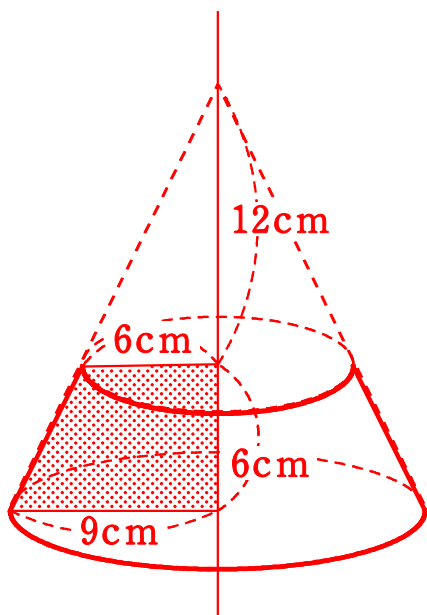
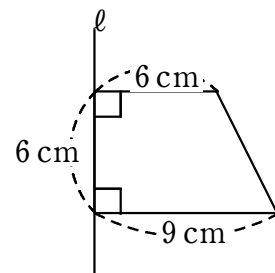
底面の半径が 5 cm 、
 高さのが 10 cm の円すいと
 半径が 1 cm の半球
 ができるから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 3 + \frac{4}{3} \times \pi \times 1^3 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$\frac{5}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

【回転体 くり抜き型】

- I. 右の図の台形を直線 l を軸として1回転させてできる立体
 の体積は $\pi \text{ cm}^3$ である。ただし、円周率を π とする。

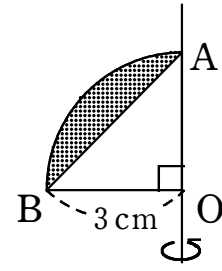


底面の半径が 9 cm 、高さが 18 cm の円すいから
 底面の半径が 6 cm 、高さが 12 cm の円すいを
 除けばよいので

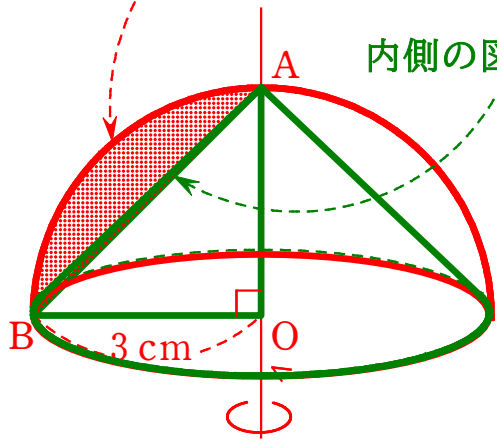
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 18 - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 = 342\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$342\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

□II. 右の図のように、半径3 cm、中心角90°のおうぎ形OABがある。このとき、 \widehat{AB} と弦ABで囲まれた部分を直線OAを軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。



外側の図形（おうぎ形）



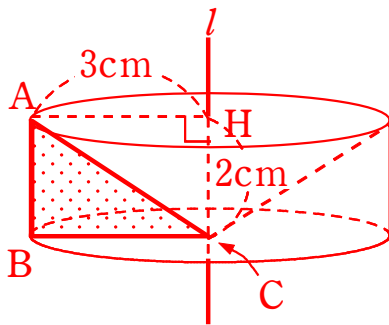
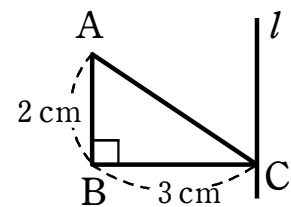
内側の図形（三角形）

求める立体の体積は、
半径3 cmの半球から、底面の半径が3 cm、
高さが3 cmの円すいを除いたものである。

$$\text{よって } \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{9\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$

□III. 右の図のような直角三角形ABCと、その頂点Cを通り辺ABに平行な直線lがある。直線lを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を求めよ。



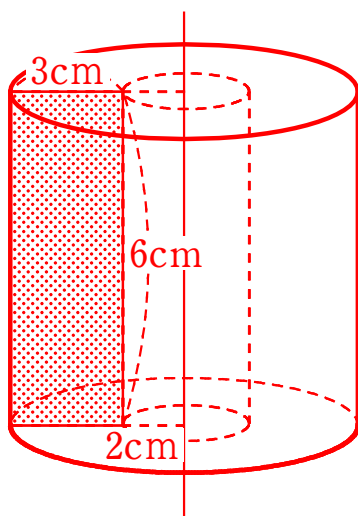
底面の半径が3 cm、
高さが2 cmの円柱から
底面の半径が3 cm、
高さが2 cmの円すいを
除けばよいので

$$\pi \times 3^2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\underline{12\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$

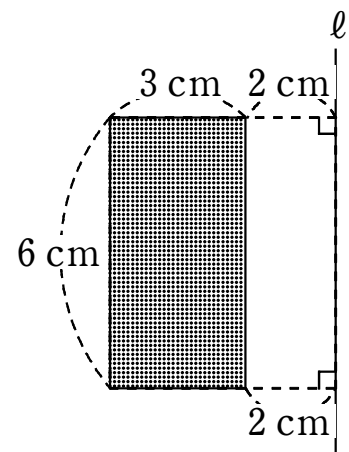
【回転体 軸から離れた図形】

□右の図の影をつけた長方形を直線lを軸として1回転させてできる立体の体積は cm^3 である。



底面の半径が5 cm、
高さが6 cmの円柱から
底面の半径が2 cm、
高さが6 cmの円柱を
除けばよいので

$$\pi \times 5^2 \times 6 - \pi \times 2^2 \times 6 = 126\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



$$\underline{126\pi \text{ (cm}^3\text{)}}$$

関数

【直線の式】

□I. 方程式 $2x - y + 3 = 0$ で表される直線の傾きを答えなさい。

$$2x - y + 3 = 0 \text{ より } y = 2x + 3 \\ \text{よって傾きは } 2$$

2

□II. 点 $(2, 4)$ を通り、傾きが -3 の直線の式を求めなさい。

$$\text{求める直線の式を } y = -3x + b \text{ とおく} \\ \text{点 } (2, 4) \text{ を通るので} \\ 4 = -3 \cdot 2 + b \text{ よって } b = 10 \\ y = -3x + 10$$

$$y = -3x + 10$$

□III. 2点 $(-3, -3)$, $(6, 3)$ を通る直線の式を求めなさい。

$$\text{求める直線の式を } y = ax + b \text{ とおく} \\ \text{2点 } (-3, -3), (6, 3) \text{ を通るので} \\ \begin{cases} -3 = -3a + b \\ 3 = 6a + b \end{cases} \text{ よって } \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -1 \end{cases}$$

$$y = \frac{2}{3}x - 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - 1$$

□IV. 点 $(2, 3)$ を通り、直線 $y = 2x + 7$ に平行な直線の式を求めなさい。

$$y = 2x + 7 \text{ に平行なので、傾きは } 2 \\ \text{求める直線の式を } y = 2x + b \text{ とおく} \\ \text{点 } (2, 3) \text{ を通るので} \\ 3 = 2 \times 2 + b \text{ よって } b = -1 \\ y = 2x - 1$$

$$y = 2x - 1$$

【変域, 変化の割合, 増加量】

□I. 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合が -3 であった。このとき、 a の値を求めなさい。

$$x = -3 \text{ のとき } y = a \times (-3)^2 = 9a \quad \frac{a - 9a}{-1 - (-3)} = -3$$

$$x = -1 \text{ のとき } y = a \times (-1)^2 = a \quad -4a = -3$$

変化の割合が -3 であるから

$$a = \frac{3}{4}$$

$$a = \frac{3}{4}$$

□II. 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの y の増加量を、 a を使って表しなさい。

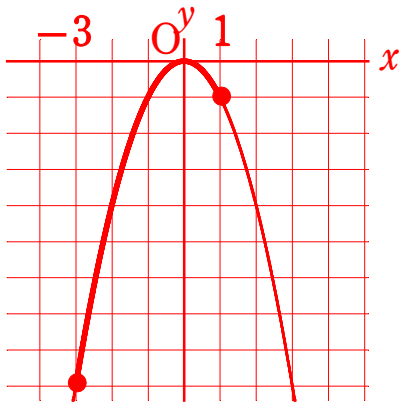
$$x = 1 \text{ のとき } y = a \times 1^2 = a \quad x = 4 \text{ のとき } y = a \times 4^2 = 16a$$

よって、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの y の増加量は

$$16a - a = 15a$$

$$15a$$

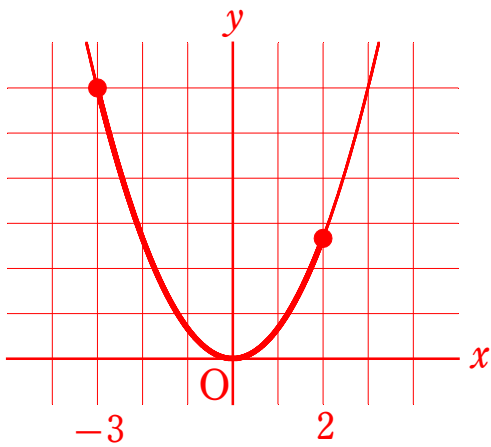
□Ⅲ. 関数 $y = -x^2$ で、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域を求めなさい。



$y = -x^2$ の値は、
 $x = -3$ のとき $y = -(-3)^2 = -9$
 $x = 1$ のとき $y = -1^2 = -1$
 である。
 よって、求める y の変域は $-9 \leq y \leq 0$

$$\underline{-9 \leq y \leq 0}$$

□Ⅳ. 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 6$ である。このとき、 a の値を求めなさい。



図より $y = ax^2$ は点 $(-3, 6)$ を通るので
 $6 = 3 \times (-3)^2$
 つまり、 $6 = 9a$ より $a = \frac{2}{3}$

$$\underline{a = \frac{2}{3}}$$

【放物線 三角形の面積】

I. 関数 $y = -3x^2$ のグラフと、点 $D(0, -12)$ を通り、 x 軸に平行な直線が2点 A, B で交わっている。また、関数 $y = -3x^2$ のグラフ上の点 C の x 座標は -1 である。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、座標の1目もりは1cm とする。

□(1) 点 C の y 座標を求めなさい。

$$y = -3(-1)^2 = -3 \quad \underline{y = -3}$$

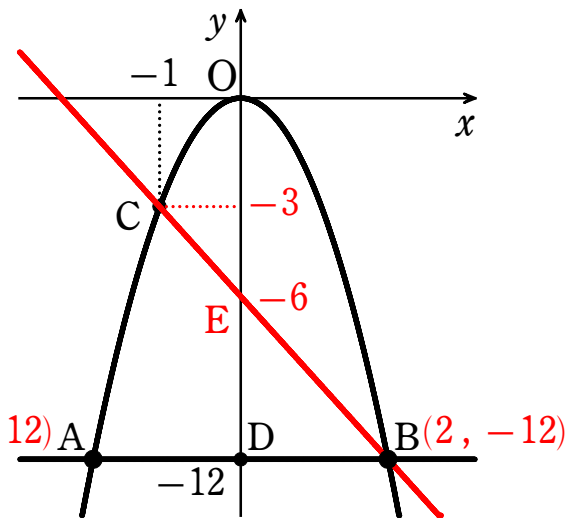
□(2) 線分 AB の長さを求めなさい。

$$y = -3x^2 \text{ に } y = -12 \text{ を代入して}$$

$$-12 = -3x^2 \text{ より } x^2 = 4 \text{ つまり } x = \pm 2$$

$$\text{よって } A(-2, -12), B(2, -12)$$

$$AB = 2 - (-2) = 4$$



$$\underline{AB = 4}$$

□(3) 2点 B, C を通る直線の式を求めなさい。

求める直線の式を $y = ax + b$ とおく
 2点 $(-1, -3), (2, -12)$ を通るので

$$\begin{cases} -3 = -a + b \\ -12 = 2a + b \end{cases} \text{ よって } \begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases} \quad y = -3x - 6 \quad \underline{y = -3x - 6}$$

□(4) $\triangle OBC$ の面積を求めなさい。

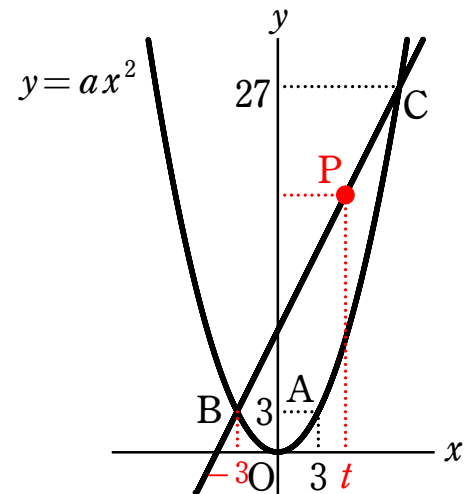
Eを $(0, -6)$ とする

$\triangle OBC = \triangle OEC + \triangle OBE$ である

$$\triangle OEC = 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3, \quad \triangle OBE = 6 \times 2 \times \frac{1}{2} = 6$$

よって, $\triangle OBC = 3 + 6 = 9$ 9

II. 右の図のように, 関数 $y = ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。A の座標は $(3, 3)$ で, B は y 軸について A と対称な点である。また, C の y 座標は 27 で, C の x 座標は正であり, 点 O は原点である。このとき, 次の各問いに答えなさい。



□(1) a の値を求めなさい。

$$3 = 3^2 \times a \text{ より } a = \frac{1}{3} \quad \text{ } a = \frac{1}{3}$$

□(2) 点 C の x 座標を求めなさい。

$$y = \frac{1}{3}x^2 \text{ より } 27 = \frac{1}{3}x^2$$

$$x^2 = 81 \text{ より } x = \pm 9 \quad \text{ 図より } C(9, 27)$$

} x = 9

□(3) 直線 BC の式を求めなさい。

点 B $(-3, 3)$ より 求める直線の式を $y = ax + b$ とおくと
2 点 $(-3, 3), (9, 27)$ を通るので

$$\begin{cases} -3 = 3a + b \\ 27 = 9a + b \end{cases} \text{ よって } \begin{cases} a = 2 \\ b = 9 \end{cases} \quad y = 2x + 9$$

} y = 2x + 9

□(4) 線分 BC 上に 2 点 B, C とは異なる点 P をとる。

$\triangle OPB$ の面積が $\triangle BAC$ の面積の $\frac{1}{2}$ となるときの P の座標を求めなさい。

$$\triangle BAC \text{ の面積は } 6 \times 24 \times \frac{1}{2} = 72 \text{ より}$$

$$\triangle OPB \text{ の面積は } 72 \times \frac{1}{2} = 36 \text{ となればよい}$$

また, 点 P の x 座標を t とすると

$\triangle OPB$ の面積は

$$\triangle OPB = 9 \times 3 \times \frac{1}{2} + 9 \times t \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}t + \frac{27}{2} \text{ である}$$

$$\text{よって, } \frac{9}{2}t + \frac{27}{2} = 36 \text{ より } \frac{9}{2}t = \frac{45}{2}$$

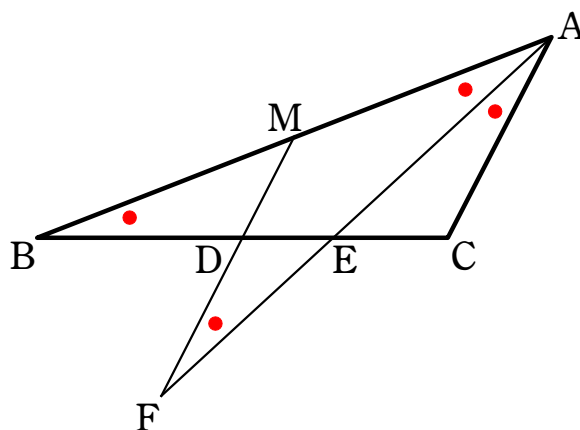
つまり $t = 5$ であるから点 P は $(5, 19)$

} (5, 19)

図 形

【証明の基本】

I. 右の図のように、 $\angle BAC$ が $\angle ABC$ の2倍の大きさである $\triangle ABC$ がある。辺 AB の中点 M を通り、直線 AC に平行な直線と直線 BC との交点を D 、 $\angle BAC$ の二等分線と直線 BC との交点を E とし、直線 MD と直線 AE の交点を F とする。次の問いに答えなさい。



□(1) $\triangle BMD \sim \triangle FED$ であることを証明しなさい。

$\triangle BDM$ と $\triangle FDE$ において

$\angle BDM = \angle FDE$ (対頂角) …… ①

$AC \parallel DF$ より、錯角は等しいから

$\angle CAE = \angle DFE$ …… ②

仮定より、

$\angle DBM = \angle MAF = \angle CAE$ で、

これと②より

$\angle DBM = \angle DFE$

①、②より 2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BDM \sim \triangle FDE$

□(2) $BA=10$, $AC=4$ とするとき、線分 DF の長さを求めなさい。

(1) より

$\angle MAF = \angle MFE$

よって、 $\triangle AMF$ は $MA = MF$ の二等辺三角形であるから

$MF = MA = \frac{1}{2}BA = 10 \div 2 = 5$

$MD \parallel AC$ より

$MD : AC = BM : BA$

$MD : 4 = 1 : 2$

よって

$MD = 2$

したがって

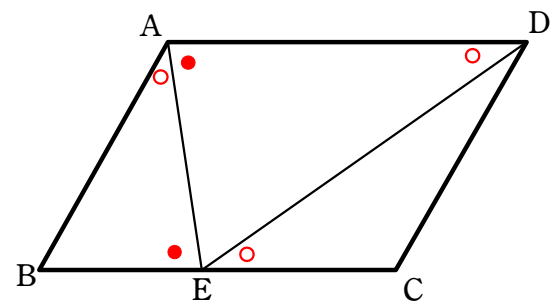
$DF = MF - MD = 5 - 2 = 3$

$DF = 3$

【平行四辺形を利用した証明】

I. 右の平行四辺形 ABCD で $\angle BAE = \angle DEC$ のとき、
次の問いに答えなさい。

□(1) $\triangle ABE \sim \triangle DEA$ であることを証明しなさい。



$\triangle ABE$ と $\triangle DEA$ において

$AD \parallel BC$ より、錯角は等しいから

$$\angle AEB = \angle DAE \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\angle DEC = \angle ADE \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

仮定より、

$$\angle BAE = \angle DEC \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\angle BAE = \angle DEA \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

①, ④より 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \sim \triangle DEA$$

□(2) $BC=8$, $AE=6$ のとき、線分 BE の長さを求めなさい。

(1) より、 $\triangle ABE \sim \triangle DEA$ なので

$$AE:EB = AD:AD$$

よって、 $6:EB = 8:6$ なので

$$8BE = 36 \quad BE = \frac{9}{2}$$

$$\underline{BE = \frac{9}{2}}$$